航天科研机构2015年硕士研究生入学考试

**自动控制原理试题**

(本试题的答案必须全部写在答题纸上，写在试题及草稿纸上无效)

 (本试题共4页，共10题，总分150分)

**一、简答题(15分)**

 (1)(8分)考虑图1所示竖直平面内系绳小球系统，其中小球质量为m，系绳质量忽略不计且无任何形变，小球质心到系绳根部的长度为l，系绳相对于竖直线的夹角为θ。小球受到一个大小为f、方向始终垂直于系绳方向的力的作用，重力加速度大小为g。试写出描述小球运动的微分方程(以θ为广义坐标)。



图1．重力场中系绳小球系统

(2)(7分)试求函数Y(s)=$\frac{s^{2}+1}{s^{2}+2}$的拉氏逆变换。

**二、(15分)单位负反馈系统的开环传递函数为**

$$G\left(s\right)=\frac{K(s+3)}{s(s+1)(s+6)}$$

(1)试画出闭环系统根轨迹的概略图；

(2)确定使闭环系统稳定的增益*K*的取值范围。

**三、（15分）考虑图2所示的单位负反馈线性系统**



**图2 单位反馈线性系统**

（1）试确定合适的比例增益$K\_{P}$和微分增益$K\_{D}$，使得闭环系统为临界阻尼系统（即阻尼比ξ=1.0），且闭环系统的自然频率$ω\_{n}$=6；

（2）计算在（1）所确定的比例-微分控制作用下，闭环系统的单位脉冲响应。

**四、（15分）考虑图3所示的离散系统**



**图3 离散系统框图**

其中$G\_{P}\left(s\right)=\frac{K(s+6)}{s^{2}}$，*T*为采样周期，*k*为开环增益。

（1）试给出闭环系统的脉冲传递函数；

（2）设系统临界稳定时的开环增益为$k\_{c}$，试分析采样周期*T*与 $k\_{c}$的关系；

（3）当开环增益*k*=1，采样周期*T*=*ls*时，试写出描述闭环系统输入输出关系的差分方程。

提示：*Z*变换公式

*Z*$\left[\frac{1}{s}\right]=\frac{z}{z-1}$； *Z*$\left[\frac{1}{s^{2}}\right]=\frac{Tz}{(z-1)^{2}}$ ； *Z*$\left[\frac{1}{s^{3}}\right]=\frac{T^{2}z(z+1)}{2(z-1)^{3}}$。

**五、（15分）已知系统方程为**

$$\dot{x}=\left[\begin{matrix}0&1\\-2&-3\end{matrix}\right]x+\left[\begin{matrix}0\\b\end{matrix}\right]u$$

$$y=\left[\begin{matrix}1&0\end{matrix}\right]x$$

其中*x*为系统状态，*u*为输入，*y*为输出。

（1）试写出系统的输入输出传递函数；

（2）试确定参数*b*的值，使得当输入*u*(*t*)为单位阶跃信号1(*t*)时，输出*y*的稳态值为0.5；

（3）假定*u*(*t*)=0，*x*(0)=$ \left[\begin{matrix}2\\1\end{matrix}\right]$，试求系统的状态响应x(*t*)。

**六、（20分）考虑如下连续系统**

$$\dot{x}=\left[\begin{matrix}0&1&0\\0&0&1\\-2&-1&-1\end{matrix}\right]x+\left[\begin{matrix}0\\0\\1\end{matrix}\right]u$$

$$y=\left[\begin{matrix}0&0&1\end{matrix}\right]x$$

其中*x*为系统状态，*u*为输入，*y*为输出。

（1）试分析所给系统的能控能观性；

（2）假设状态反馈控制律为*u*=-*kx*，试设计状态反馈向量*k*，使得闭环系统的极点为-1，-1+*j*，-1-*j*；

（3）试设计全维状态观测器，将观测器极点配置在-1，-1，-1，写出观测器方程。

七、（15分）考虑如下线性时变系统

$$\dot{x}\_{1}=-x\_{1}+e^{2t}x\_{2}$$

$$\dot{x}\_{2}=-x\_{2}$$

其中，$x\_{1}$和$x\_{2}$为系统的状态。

（1）试写出系统状态方程的系数矩阵*A*，并求取该矩阵的特征值；

（2）分析和判断该时变系统是否稳定。

八、（15分）考虑如下线性系统

$$\dot{y}\left(t\right)=-2y\left(t\right)+u(t)$$

其中，$y(t)$为输出，$u(t)$为控制输入，输出测量存在时间延迟τ，τ＞0为常数。采用反馈控制$u\left(t\right)=ky(t-τ)$，其中*k*＞0，闭环系统的框图如图4所示。试用奈氏判据确定使得闭环系统对于任意的时间延迟τ均稳定的*k*的取值范围。



图4 系统框图

九、（15分）考虑如图5所示的非线性系统，图中非线性环节的描述函数为

*N*(*A*)=*K*+$\frac{4M}{πA}$

其中，A非线性环节输入正弦信号的幅值，常数 ，并且满足。

（1）试分析和判断系统是否存在稳定的自振荡行为（2）如果存在，确定系统处于自振荡状态时A同M， K的关系。



图5非线性系统结构图

**十、（10分）考虑如下系统**

$$\dot{x}\_{1}=-x\_{1}+x\_{2}$$

$$\dot{x}\_{2}=-x\_{1}-2x\_{2}-ax\_{2}^{3}$$

其中$x\_{1},x\_{2}\in R$ 为系统状态，*a*＞0。试采用李亚普诺夫直接法判断系统的稳定性。